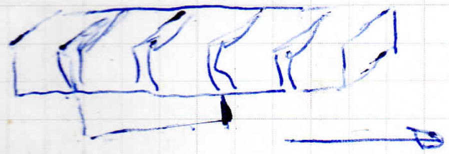
11 Ondas de Matéria

Ondas Sísmicas

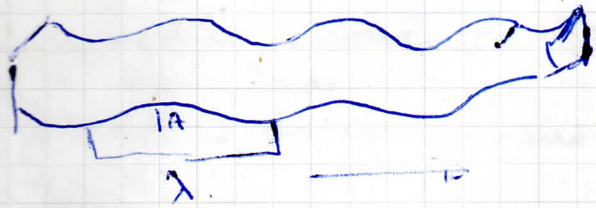
Terremotos são Ondas P longitudinais
Ondas S transversais

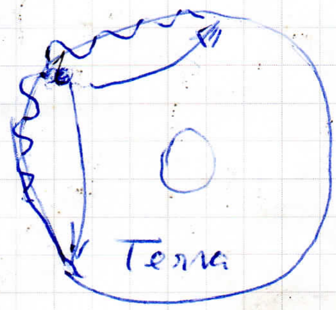
P

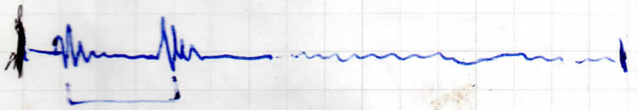


Compressões

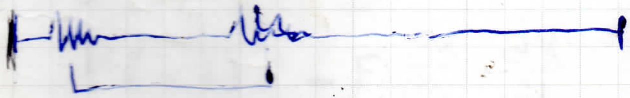
S



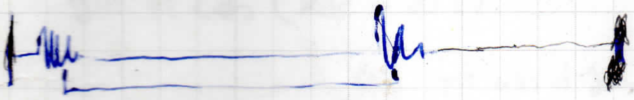




1.5 m = 900 km



3 minutos = 1800 km



5 minutos 3.300 km

1º Lista 26/10
Começa 02/11
Prova 09/11

Comprimento de onda λ

A forma da onda é $y(x,0) = y_m \,\text{sen}(Kx)$

O deslocamento y é o mesmo nas duas extremidades do comprimento de onda então em $x = x_1$ e $x = x_1 + \lambda$

Assim $y_m = \text{sen}(Kx_1) = y_m \,\text{sen}(Kx_1 + \lambda)$

$y_m = \text{sen}(Kx_1 + K\lambda)$ A função começa e se repete quando seu ângulo aumenta de 2π rad. Assim

$K\lambda = 2\pi$ ou $K = \frac{2\pi}{\lambda}$ número de ondas

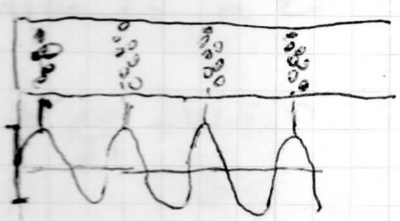
Velocidade de ondas Longitudinais

A velocidade de ondas longitudinais tem uma forma similar ao caso de uma onda transversal

$$V = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \qquad V = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \qquad V = \sqrt{\frac{\text{Fator Elástico}}{\text{Fator de inércia}}}$$

Ondas em Solido — Ondas em liquido

E é o modulo elástico do material
ρ é a densidade
B é o modulo da compressão volumetrica



$$B = \frac{\Delta P}{\Delta V / V}$$

$$P(x,t) = -F \frac{\partial y}{\partial x} \cdot \frac{\partial y}{\partial t}$$

$$y = A\cos(Kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = +\omega A \operatorname{sen}(Kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = -KA \operatorname{sen}(Kx - \omega t)$$

$$P(x,t) = FK\omega A^2 \operatorname{sen}^2(Kx - \omega t)$$

$$F\ \mu \cdot v^2$$

$$K = \frac{\omega}{v}$$

$$\cancel{\bar{P} = \frac{1}{2}\mu \frac{K \cdot v^2 \omega A^2}{v}}$$

$$\cancel{\bar{P} = \frac{1}{2}\mu v}$$

$$\cancel{\bar{P} = \frac{1}{2}\mu v^2 \frac{\omega}{v} \cdot A^2 = \frac{1}{2}\mu v}$$

$$\bar{P} = \mu \cdot v^2 \cdot \frac{\omega}{v} \cdot \omega \cdot A^2$$

$$\bar{P} = \frac{\mu \cdot v \cdot \omega^2 \cdot A^2}{2}$$

$$\boxed{\bar{P} = \frac{1}{2}\mu v \omega^2 A^2}$$

Potência Média

③

K e chamado numero de onda e sua unidade no SI e rad/m

A frequencia angular e dada por $\omega = \frac{2\pi}{T}$

a frequencia $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$

A velocidade de uma onda progressiva e $\frac{dx}{dt}$

$\frac{dx}{dt} = v$ $\quad Kx - \omega t = \text{constante} \quad (16.11)$

Derivando a Eq 16.11

$K\frac{dx}{dt} - \omega = 0$ $\quad \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{K}$ $\quad$ logo $v = \frac{\omega}{K}$

Como $K = \frac{2\pi}{\lambda}$ e $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$$v = \frac{\omega}{K} = \frac{\frac{2\pi}{T}}{\frac{2\pi}{\lambda}} = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{\lambda}{2\pi} = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot \frac{1}{T} = \lambda f$$

$\boxed{v = \lambda \cdot f}$ Velocidade da onda

Exemplo

Uma onda se propaga em uma corda descrita pela equação $y(x,t) = 0{,}00327 \, sen(72{,}1x - 2{,}72t)$
As constantes numericas estão no SI

a) Qual a amplitude da onda?

A equação é da forma $y = y_m \, sen(kx - \omega t)$

$y_m = 0{,}00327 \, m$

b) Quais são: comprimento de onda λ, o periodo T e a frequencia f da onda?

$k = 72{,}1 \, rad/m$ e $\omega = 2{,}72 \, rad/s$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi \, rad}{72{,}1 \, rad/m} \therefore \lambda = 0{,}0871 \, m = 8{,}71 \, cm$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2{,}72} = 2{,}31 \, s$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2{,}31 \, s} = 0{,}433 \, Hz$$

c) Velocidade $v = \frac{\omega}{k} = \frac{2{,}72 \, rad/s}{72{,}1/m} = 0{,}0377 \, \frac{rad}{s} \cdot \frac{m}{rad}$

$= 3{,}77 \, \frac{cm}{s}$

d) Qual o deslocamento y quando $x = 22{,}5 \, cm$ e $t = 1$

$y = 0{,}00327 \, sen(72{,}1 \cdot 0{,}225 - 2{,}72 \cdot 18{,}9)$

$y = 0{,}00192 \, m = 1{,}92 \, mm$

5

No item d vimos que o deslocamento transversal y do elemento da corda situado em $x = 0,255$ m provocado pela onda é 1,92 mm

a) Qual é a velocidade transversal u desse elemento da corda nesse instante. Essa velocidade associada a oscilação transversal de um elemento de corda e uma velocidade na direção y que varia com o tempo não deve ser confundida com v a velocidade constante a forma da onda se propaga na direção x

a velocidade transversal u é a taxa de variação ~~y derivando a Eq~~ com o tempo do ~~da~~ ~~corda~~ deslocamento da corda dado por

$y(x,t) = y_m \operatorname{sen}(kx - \omega t)$ 16.20

Para um elemento em certa posição x podemos calcular a taxa de variação y derivando a Eq 16.20 em relação ~~ao~~ t mantendo x como uma constante. Uma derivada calculada enquanto uma ou mais das variáveis é tratada como constante é chamada derivada parcial e é representada pelo símbolo $\partial/\partial x$ em vez de d/dx

(16.21)

$u = \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega y_m \cos(kx - \omega t)$ Substituindo os valores numéricos temos

$u = (-2,72 \text{ rad/s})(3,27 \text{ mm}) \cos(-35,1855 \text{ rad})$

$u = 7,20 \text{ mm/s}$

6

Assim em $t = 18,9$ s o elemento da corda situado em $x = 22,5$ cm está se movendo no sentido positivo de y com uma velocidade de 7.20 mm/s

b) Qual a aceleração transversal a_y do mesmo elemento neste instante?

A aceleração transversal a_y é a taxa com a qual a velocidade transversal do ~~est~~ elemento está variando de acordo com a equação (16.21) considerando novamente x como constante mas permitindo que t varie temos

$$\frac{d}{dt}\cos(\omega t) = -\cancel{sen}(\ldots)$$

$$a_y = \frac{\partial u}{\partial t} = -\omega^2 y_m \operatorname{sen}(kx - \omega t) \qquad = +\omega \operatorname{sen}(\omega t)$$

Como x é constante

$$a_y = -\omega^2 y \therefore a_y = -(2,72 \text{ rad/s})^2 (1,92 \text{ mm})$$

$$a_y = -14,2 \text{ mm/s}^2$$

Assim em $t = 18,9$ s o elemento da corda em ~~x~~ 22,5 cm está deslocando de 1,92 mm em relação a posição de equilíbrio no sentido positivo de y com aceleração de 14.2 mm/s² no sentido negativo de y.

Taxa de Transmissão de Energia

A energia Cinética dK associada a um elemento da corda de massa dm é dada por:

$$dK = \frac{1}{2} dm\, u^2$$ onde u é a velocidade 16.27

transversal do elemento da corda para determinar u derivamos a Eq 16.2 $y(x,t) = y_m \operatorname{sen}(kx - \omega t)$ em relação ao tempo mantendo x constante

$$u = \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega y_m \cos(kx - \omega t)$$ Usando essa relação e fazendo $dm = \mu dx$ a Eq 16.27 torna-se

$$dK = \frac{1}{2}(\mu dx)(-\omega y_m)^2 \cos^2(kx - \omega t) \qquad 16.29$$

Derivando a equação 16.29 por dt obtemos a taxa com a qual a a energia cinética passa por um elemento da corda e portanto a taxa com a qual a energia cinética é transportada pela corda como a razão dx/dt que aparece do lado direito da Eq 16.29 é a velocidade v da onda, temos:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{1}{2} \mu v \omega^2 y_m^2 \cos^2(kx - \omega t)$$

A taxa média com a qual a (energia c) é transportada

$$\left(\frac{dK}{dt}\right)_{med} = \frac{1}{2} \mu v \omega^2 y_m^2 [\cos^2(kx - \omega t)]_{med}$$

$$\left(\frac{dK}{dt}\right)_{med} = \frac{1}{4} \mu v \omega^2 y_m^2 \qquad 16.31$$

O valor médio do quadrado de uma função cos ou sen para T inteiro $= \frac{1}{2}$

Em um sistema oscilatorio a energia cinética média e a energia potencial medio sao iguais Portanto a potência media que e a taxa media com a qual as duas formas de energia sao transmitidas pela onda é portanto?

$$P_{med} = 2\left(\frac{dK}{dt}\right)_{media} \quad (16.32)$$

$$P_{med} = \frac{1}{2}\mu v w^2 y_m^2 \rightarrow \text{Potencia Media} \quad (16.33)$$

Exemplo

Uma corda tem uma massa especifica $\mu = 525\, g/m$ e está submetida a uma tensao $T = 45N$. Uma onda senoidal de frequência $120\, Hz$ e amplitude $8,5\, mm$ é produzida na corda com que taxa media a onda transporta energia?

A potencia media e dada pela equacao 16.33

$$P_{med} = \frac{1}{2}\mu v w^2 y_m^2$$

$$w = 2\pi f = (2\pi)\cdot(120Hz) = 754\, rad/s$$

De acordo com a equacao 16.26 $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

$$v = \sqrt{\frac{45N}{0,525\, kg/m}} = 9,26\, m/s$$

$$P_m = \frac{1}{2}(0,525)kg/m\,(9,26\, m/s)(754\, rad/s)^2(0,0085m)^2$$

$$P = 100W$$

Taxa de Transmissão de Energia

A energia Cinética dK associada a um elemento da corda de massa dm é dada por:

$dK = \frac{1}{2} dm\, u^2$ onde u é a velocidade 16.27 transversal do elemento da corda para determinar u derivamos a Eq 16.2 $y(x,t) = y_m \, sen(kx - \omega t)$ em relação ao tempo mantendo x constante

$u = \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega y_m \cos(kx - \omega t)$ usando essa relação e fazendo $dm = \mu dx$ a Eq 16.27 torna-se

$$dK = \frac{1}{2}(\mu dx)(-\omega y_m)^2 \cos^2(kx - \omega t) \qquad 16.29$$

Derivando a equação 16.29 por dt obtemos a taxa com a qual a a energia cinética passa por um elemento da corda e portanto a taxa com a qual a energia cinética é transportada pela corda como a razão dx/dt que aparece do lado direito da Eq 16.29 é a velocidade v da onda, temos:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{1}{2} \mu v \omega^2 y_m^2 \cos^2(kx - \omega t)$$

A taxa media com a qual a (energia$_c$) é transportada é

$$\left(\frac{dK}{dt}\right)_{med} = \frac{1}{2} \mu v \omega^2 y_m^2 [\cos^2(kx - \omega t)]_{med}$$

$$\left(\frac{dK}{dt}\right)_{med} = \frac{1}{4} \mu v \omega^2 y_m^2 \qquad 16.31$$

O valor medio do quadrado de uma função cos ou sen para T inteiro $= \frac{1}{2}$

Ondas Estacionárias

Princípio da Superposição de ondas

frequentemente ocorre que duas ondas passam simultaneamente pela mesma região. Quando ouvimos um conserto ao vivo as ondas sonoras dos vários instrumentos chegam simultaneamente aos nossos ouvidos

Suponha que duas ondas ~~sup~~ se propagam simultaneamente em uma mesma corda esticada

$y_1(x,t)$ e $y_2(x,t)$

O deslocamento da corda quando as ondas se propagam ao mesmo tempo é a soma algébrica

$$y'(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) \qquad (16.46)$$

As ondas superpostas se somam algebricamente para produzir uma onda resultante ou onda total.

Princípio da superposição Segundo o qual quando quando vários efeitos ocorrem simultaneamente o efeito total é a soma dos efeitos individuais. As ondas superpostas não se afetam mutuamente

Interferência de ondas

O fenômeno de combinação de ondas recebe o nome de interferência e as ondas interferem entre si mas a propagação das ondas não é afetada

Suponos que duas ondas se propagam em uma corda dada por $y_1(x,t) = y_m \operatorname{sen}(kx - wt)$ e que outra desloca em relação a primeira dada por $y_2(x,t) = y_m \operatorname{sen}(kx - wt + \phi)$

As duas ondas tem a mesma frequência angular w e f e o mesmo número de onda k elas diferem apenas de um ângulo de fase ϕ. Neste caso as ondas estão defasadas de ϕ ou que a diferença de fase entre elas é ϕ

Segundo o princípio da superposição Eq 16.46 a onda resultante é a soma das duas ondas

$$y'(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$$
$$= y_m \operatorname{sen}(kx - \omega t) + y_m \operatorname{sen}(kx - \omega t + \phi) \qquad 16.49$$

De acordo com o apendice E

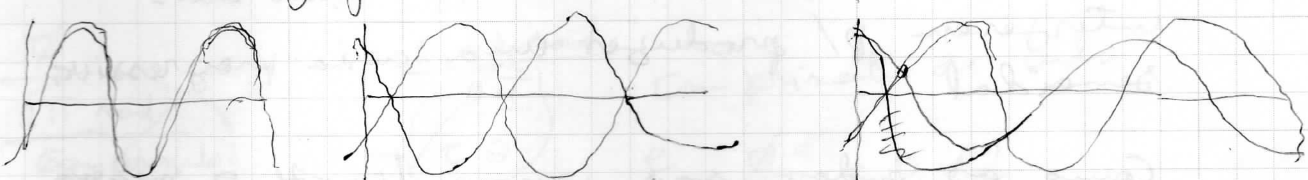
$$\operatorname{sen}\alpha + \operatorname{sen}\beta = 2 \operatorname{sen}\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta) \cdot \cos\tfrac{1}{2}(\alpha-\beta)$$

Aplicando essa relação na eq. 16.49

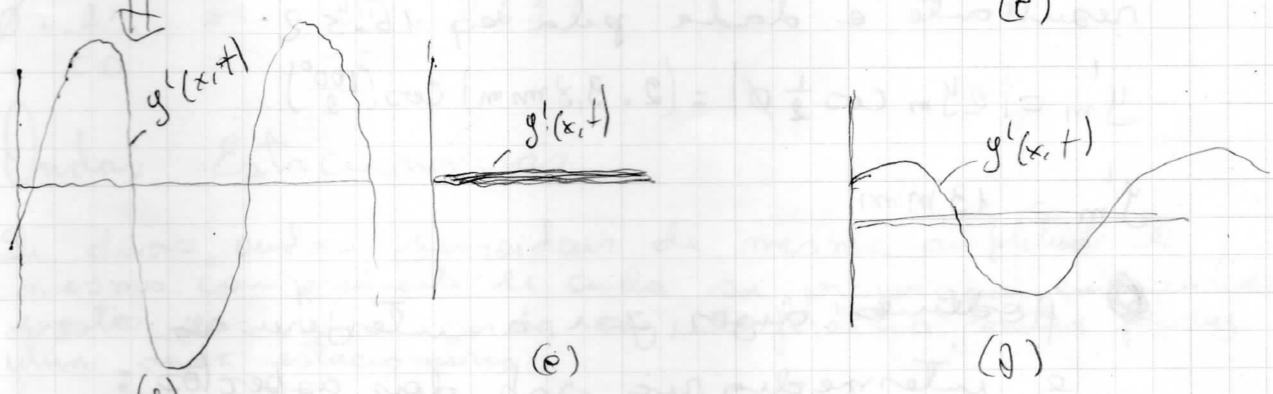
$$y'(x,t) = \left[2y_m \cos\tfrac{1}{2}\phi\right] \operatorname{sen}(kx - \omega t + \tfrac{1}{2}\phi)$$

A onda resultante difere das ondas individuais em constante de fase $\phi/2$ e Amplitude $= \left[2y_m \cos\frac{\phi}{2}\right]$

Se $\phi = 0$ as duas ondas estão exatamente em fase como na figura (a)



(a) $\phi = 0$ (b) $\phi = \pi$ rad (c) $\phi = \frac{2\pi}{3}$ rad



(d) (e) (f)

~~Para $\phi = \pi$ rad~~

Para $\phi = 0$ a interferência é totalmente construtiva

Para $\phi = \pi$ rad as ondas que interferem estão totalmente defasadas neste caso $\cos(\phi/2) = \cos(\pi/2) = 0$ e a amplitude da onda resultante dada pela equação 16.52 é nula

Exemplo

final

Duas ondas senoidais iguais propagam-se no mesmo sentido em uma corda e interferem entre si. A amplitude das ondas e $y_m = 9,8\,mm$ e a diferença de fase ϕ entre elas e 100^o

a) Qual é a amplitude da onda resultante e qual e o tipo de interferência?

Como se trata de ondas senoidais iguais que se propagam na mesma direção elas interferem p/ produzir uma onda progressiva senoidal

Como as ondas sao iguais tem-se a mesma amplitude. Assim a amplitude y'_m da onda resultante e dada pela eq 16.52

$y'_m = |2y_m \cos \frac{1}{2}\phi| = (2 \cdot 9,8\,mm) \cos(\frac{100^o}{2})$

$y'_m = 13\,mm$

podemos dizer que a interferência e intermediaria sob dois aspectos:
A diferença de fase está entre 0 e 180^o
e a amplitude y'_m esta entre 0 e $2y_m = 19,6\,mm$

b) Que diferença de fase em radianos e em comprimentos de onda faz com que a amplitude da onda resultante seja $4,9\,mm$?

Neste caso conhecemos y_m e precisamos determinar o valor de ϕ
De acordo com a equação 16.52
$y'_m = |2y_m \cos \frac{1}{2}\phi|$

$4{,}9\,mm = 2 \cdot 9{,}8\,mm \cos \frac{1}{2}\phi$

$\cancel{\phi = \cos^{-1}}$

$\cos \frac{\phi}{2} = \frac{4{,}9\,mm}{2 \cdot (9{,}8\,mm)}$ $\qquad \frac{\phi}{2} = \cos^{-1}\left(\frac{4{,}9\,mm}{2 \cdot 9{,}8\,mm}\right)$

$\cancel{\cos \phi = 2(9{,}8\,mm)}$ $\qquad \phi = 2 \cdot \cos^{-1}\left(\frac{4{,}9\,mm}{2 \cdot 9{,}8\,mm}\right)$

$\phi = \pm\, 2.6\ rad$

Existem duas soluções porque podemos supor que a primeira onda pode estar adiantada (a frente) ou atrasada (atraz) em relação a segunda onda

$\frac{\phi}{\cancel{2\pi\ rad} / \text{comprimento de onda}} = \frac{\pm\, 2{,}63\ \cancel{rad}}{2\pi / CO}$ comprimento de onda

e $\frac{\phi}{2\pi} = 0{,}42$

$\phi \cdot \frac{2\pi}{CO} = \frac{2\pi}{CO} \cdot 2{,}63$

Ondas Estacionárias

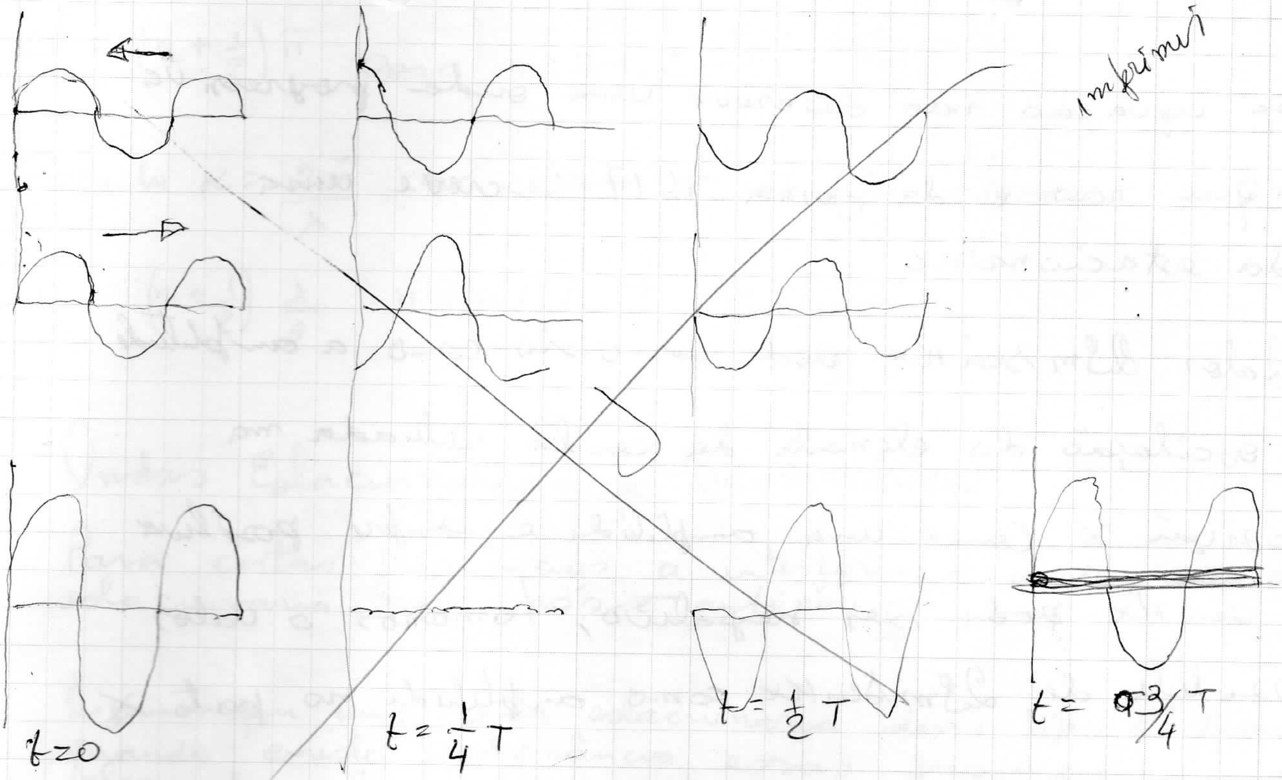
Se duas ondas senoidais de mesma amplitude e mesmo comprimento de onda se propagam em sentidos opostos em uma corda a interferência mútua produz uma onda estacionária

Para analisar uma onda estacionária representamos as duas ondas pelas equações

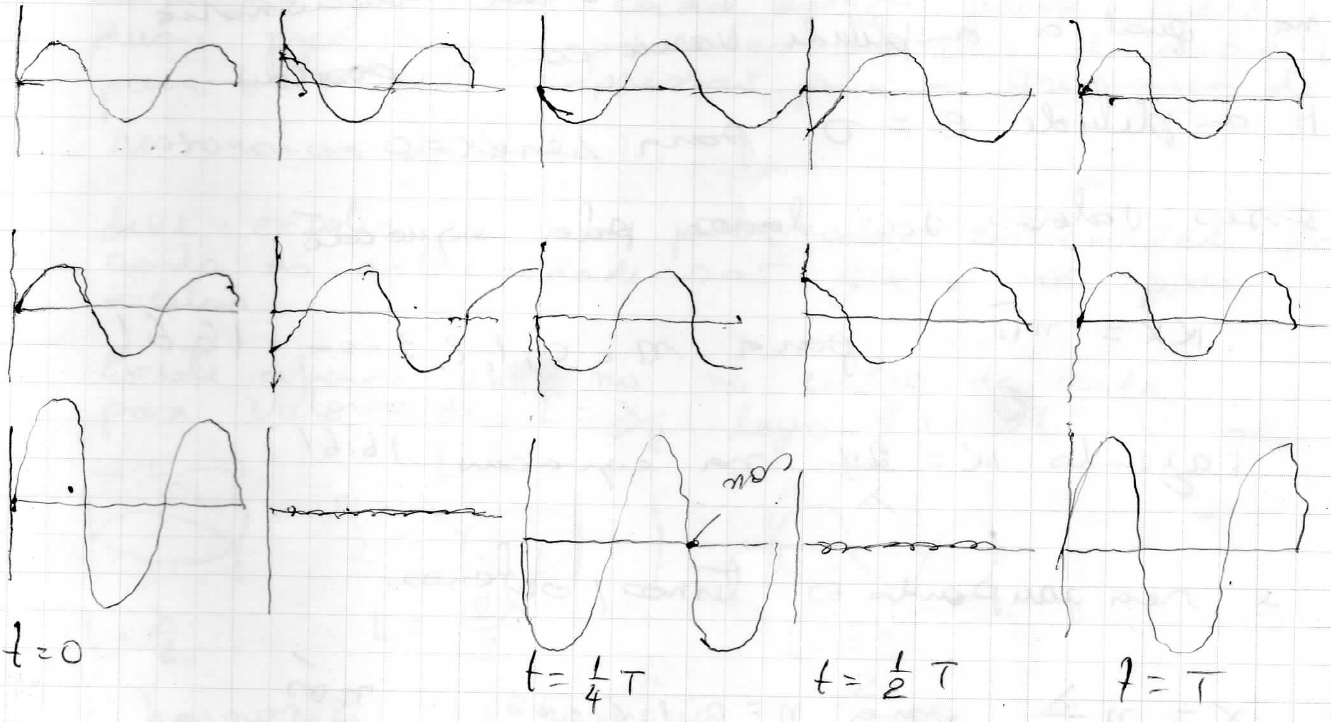
$$y_1(x,t) = y_m \operatorname{sen}(kx - \omega t)$$
$$y_2(x,t) = y_m \operatorname{sen}(kx - \omega t)$$

De acordo com o princípio da superposição a onda resultante é dada por

$$y'(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) = y_m \operatorname{sen}(kx - \omega t) + y_m \operatorname{sen}(kx - \omega t)$$



Nos instantes $t=0$, $t=T/2$ e T a interferencia é totalmente construtiva



Os nós permanecem imóveis

Os antinós oscilam com amplitude máxima

Aplicando a relação trigonométrica da equação 16.50 obtemos

$$y'(x,t) = [2y_m \operatorname{sen} kx] . \cos \omega t \qquad 16.60$$

Essa equacao nao descreve uma onda progressiva

Porque nao e da forma 16.17 Descreve uma onda estacionaria

O fator $2y_m \operatorname{sen} kx$ pode ser visto como a amplitude da oscilação do elemento da corda situada na posição x Como uma amplitude e sempre positiva e sen kx pode ser negativo, tomamos o valor absoluto de $2y_m \operatorname{sen} kx$ como amplitude no ponto x

Numa onda progressiva a amplitude e a mesma em toda a onda para todos os elementos da corda

Isso nao é verdade para onda Estacionária na qual a amplitude varia com a posicao

A amplitude e = 0 para $\operatorname{sen} kx = 0$

esses valores sao dados pela equacao

$$kx = n\pi \qquad \text{para } n = 0, 1, 2, 3\ldots \qquad 16.61$$

Fazendo $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ na equacao 16.61

e reagrupando os termos, obtemos:

$$x = n\frac{\lambda}{2} \qquad \text{para } n = 0, 1, 2, \ldots \qquad \text{nós}$$

A distancia entre os nos e $\frac{\lambda}{2}$ metade do comprimento de onda

A amplitude y_m tem valor maximo quando

$\operatorname{sen} kx = 1$ que sao dados por

$kx = \frac{1}{2}\pi, \frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi$

$K\cancel{x} = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi$ para $n = 0, 1, 2 \ldots$

Fazendo $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ na equação 16.63 obtemos

$x = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}$ $n = 0, 1, 2, 3$ antinós

Ondas Estacionárias e Ressonância

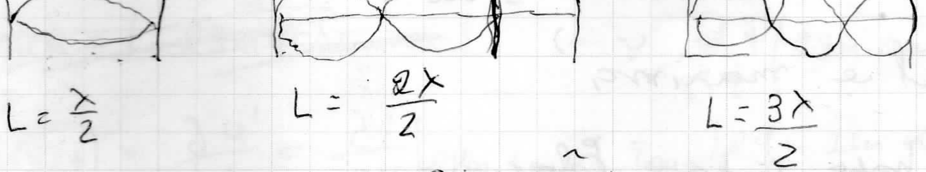
Para certas frequências a interferência produz uma onda estacionária com nós e antinós

Dizemos que uma onda estacionária desse tipo é gerada quando existe ressonância essas frequencia e chamada frequencia de ressonância
Somente nessas frequencias e formada a onda estacionaria.

Supondo que uma corda esteja presa entre duas presilhas separadas por uma distancia L para obter uma expressão para a frequencia de ressonancia da corda

deve existir um no para cada extremidade da corda as extremidade são fixas não pode oscilar

Existe apenas um nó no centro da corda para valores de $L = \lambda/2$ logo $\lambda = 2L$



$L = \frac{\lambda}{2}$ $L = \frac{2\lambda}{2}$ $L = \frac{3\lambda}{2}$

1° harmonico 2° harmônico 3° harmônico

Assim as frequencias de ressonancia que correspondem a esse comprimento de ondas são

$f = \frac{v}{\lambda} = n\frac{v}{2L}$ Para $n = 1, 2, 3 \ldots$

onde v = velocidade da onda

Exemplo:

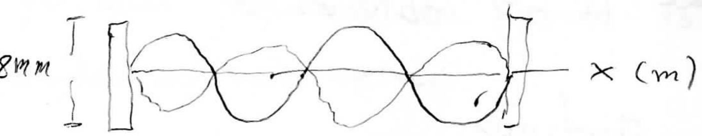


Fig 16.22

A figura mostra a oscilação ressonante de uma corda de massa $m = 2{,}500\,g$ e comprimento $L = 8{,}00\,m$ sobre uma tensão de $\tau = 325{,}0\,N$.

Qual é o comprimento de onda λ das ondas transversais responsáveis pela onda estacionária mostrada na figura e qual é o número de harmonico n?

Qual é a frequência f das ondas transversais das oscilações dos elementos da corda?

Qual é o modulo maximo da velocidade transversal um dos elementos da corda que oscila no ponto de coordenada $x = 0{,}180\,m$?

Para que valor de cordenada y do elemento a velocidade transversal é maxima?

Para que haja ondas Estacionaria

$L = n\left(\frac{\lambda}{2}\right)$

A frequencia é dada por $f = \frac{n\,v}{2L}$

deslocamento do elemento da corda ~~f~~ em função da posição x e do tempo t e dado pela equação 16.67

$$y'(x,t) = [2y_m \, sen(kx)] \cdot \cos\omega t$$

$L = 8{,}000 =$ 2 comprimentos de ondas Assim

$2\lambda = L \qquad \lambda = \frac{0{,}800}{2} = 0{,}400\,m$

$\lambda = \frac{L}{2}$

$n = 4\left(\frac{\lambda}{2}\right) = \cancel{8} \quad n = 4$

Chegamos ao mesmo resultado pela equação

$\lambda = \frac{2L}{n} \qquad n = \frac{2L}{\lambda} \; ; \; \cancel{n = \frac{2L}{\lambda}} \quad 2 \cdot \frac{0{,}8}{0{,}4} \quad 2 \cdot 2 = 4$

$$v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}} = \sqrt{\frac{\tau}{m/L}} = \sqrt{\tau \cdot \frac{L}{m}} = \sqrt{\frac{\tau L}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{(325\,N)(0{,}800)\,m}{2{,}50 \cdot 10^{-3}\,kg}} = 322{,}49\,m/s$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{322{,}49\,m/s}{0{,}400\,m} = 806{,}2\,Hz \qquad \frac{m}{s} \cdot \frac{1}{m} = \cancel{s^{-1}}$$

· Podemos chegar ao mesmo resultado pela equação 16.66

$$f = n\left(\frac{v}{2L}\right) = 4\left(\frac{322{,}49\,m/s}{2(0{,}800\,m)}\right) = 806\,Hz$$

~~$u_m = |-2y_m\omega \, sen\, kx|$~~ $\rightsquigarrow \frac{\partial}{\partial t}(2y_m \, sen\, kx) \cdot \cos\omega t$

$$u(x,t) = \frac{\partial y'}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}[2y_m \, sen\, kx \cdot \cos\omega t] \; 2y_m \, sen\, kx \cdot sen\frac{1}{\omega}t \cdot \omega$$

$$= [-2y_m \omega \, sen\, kx] \, sen\frac{1}{\omega}t$$

~~$u_m = -2(2{,}00 \cdot 10^{-3}\,m)(2\pi)(806{,}2\,Hz)$~~

$u_m = -2y_m\omega \, sen\, kx$

Para calcular esse valor para o elemento situado

em $x = 0,180\,m$

$$y_m = 2{,}00\ mm$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0{,}400} =$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi(806{,}2\ Hz)$$

Assim a ordenada maxima do elemento situado e

$x = 0{,}180\,m$ e

$$u_m = -2(2{,}0\cdot 10^{-3}\,m)(2\pi)(806{,}2\ Hz)\cdot \operatorname{sen}\left[\left(\frac{2\pi}{0{,}40\,m}\right)\cdot 0{,}180\,m\right]$$

$$u_m = 6{,}26\ m/s$$

Lista 2